

אוניברסיטת תל-אביב  
בית הספר להנדסת חשמל

## מבחן בתכנון וניתוח אלגוריתמים

מרצים: בועז פת-שמיר ודנה רון

### 10.7.5

אורך המבחן: שלוש שעות

הנחיות (נא לקרוא בעיון):

- מותר להשתמש בחומר עזר (למעט ספרים). אין להשתמש במחשבי כיס.
- המבחן כולל 3 שאלות. הניקוד על כל שאלה מופיע בסוגריים.
- כתבו את תשובותיכם על גבי טופס המבחן במקום המוקצה לכך. במקרה הצורך אפשר להשתמש בצדו האחורי של הדף.
- נמקו את כל טענותיכם.
- מספר העמודים במבחן הוא 8 (כולל עמוד זה).

בהצלחה!



## שאלה 2 (40)

יהי  $G = (V, E)$  גרף לא מכוון. שלשה  $(u, v, w)$  של קדקודים השונים זה מזה היא משולש ב  $G$  אם  $(u, v) \in E$  וגם  $(v, w) \in E$  וגם  $(u, w) \in E$ . נסמן ב  $\Delta(G)$  את מספר המשולשים בגרף. נאמר כי  $G$  הוא "חסר משולשים" אם  $\Delta(G) = 0$ . נאמר כי קבוצת צלעות  $D \subseteq E$  היא "כיסוי משולשים" ב  $G$  אם הגרף  $G' = (V, E - D)$  הוא חסר משולשים. נסמן ב  $TC(G)$  את גודל כיסוי המשולשים הקטן ביותר ב  $G$ . (גודל הכיסוי הוא מספר הצלעות בכיסוי).

(א) הראו כי לכל  $n$  טבעי קיים גרף  $G$  עבורו  $TC(G) = 1$  ו  $\Delta(G) = n - 2$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

(ii) נתבונן באלגוריתם ההסתברותי הבא למציאת כיסוי משולשים: עבור כל משולש  $(u, v, w)$  ב  $G$ , באופן בלתי תלוי, האלגוריתם בוחר את אחת מצלעות המשולש בהסתברות שווה, ושם אותה בכיסוי. הראו כי כאשר מריצים אלגוריתם זה על הגרף מסעיף (i) אזי בהסתברות  $1 - \exp(-\Omega(n))$ , גודל הכיסוי המתקבל הוא לפחות  $n/2 - 1$ . הנחיה: אתם יכולים לענות על סעיף זה גם אם לא עניתם על הסעיף הקודם. שימו לב כי כל משולש כולל את הצלע של הכיסוי ועוד שתי צלעות ייחודיות לו.

---

---

---

---

---

---

---

---









