



## שיעור מס' 9 – היטל קצה, גודל אמיתי, שיפוע וזוויות

השיעור יעסוק במציאת גודל אמיתי של מישור, שיפוע וזוויות של מישור ומציאת שיפוע בין שני מישורים.

### חלק א' – מציאת היטל קצה וגודל אמיתי של מישור:

בשיעורים אלו נייצג מישור על ידי חתיכה קטנה ממנו – משולש. כל התכונות של המשולש הן גם התכונות של המישור – שיפוע, זוויות עם מישורים וכו'.

היזכרו לרגע מה היה עלינו לעשות על מנת למצוא ישר באורך אמיתי. היה עלינו לפתוח מישור עזר חדש במקביל לישר ובצורה כזו ידענו שמעברו השני של המישור, נקבל את הישר באורך אמיתי. אם כן, על מנת להביא מישור לגודל אמיתי, עלינו לדאוג שכל שלושת צלעותיו של המשולש הנ"ל יהיו באורך אמיתי. לשם כך, עלינו להגיע למצב שבו נוכל לפתוח מישור עזר אחד שיקביל לכל צלעות המשולש – כלומר, להביא את המשולש שלנו להיטל קצה. היטל קצה של מישור (כפי שכבר אמרנו בשיעור הקודם) הוא קו.

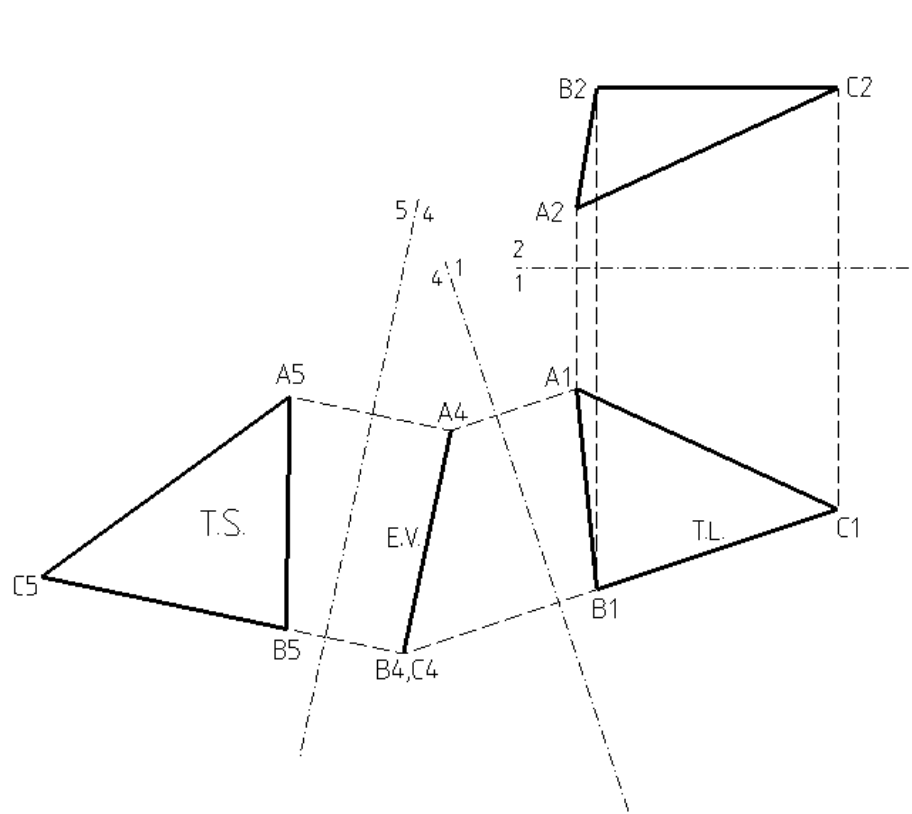
על מנת להביא משולש (או כל חתיכה שהיא של המישור) להיטל קצה, עלינו לסובב אותה, או יותר נכון לסובב את מבטנו עד שנראה אותו בהיטל קצה. אבל הדבר לא עד כדי כך פשוט. ולכן, יש לנו שיטה.

הדבר הראשון שיש להבין הוא, שאם ניקח קו כלשהו על המישור, ונביא אותו להיטל קצה, אזי יאולץ כל המישור להיות בהיטל קצה. וזה לא משנה איזה קו על המישור תיקחו.

אם כן, ברגע שאנו מקבלים שרטוט (בדרך כלל שני הטלים), הדבר הראשון שעלינו לעשות הוא לחפש קו באורך אמיתי על המשולש. מרגע שמצאנו קו שכזה, נגדיר שלבי פעולה:

1. נפתח מישור  $\pi_4$  מאונך לקו הנמצא ב-א.א. כידוע, ברגע שנעשה זאת, נקבל את הקו בהיטל קצה, הווה אומר – נקודה.
2. כמו שאמרנו קודם, הדבר יאלץ את כל המישור להיות בהיטל קצה.
3. נפתח מישור נוסף, מקביל להיטל הקצה ומצידו השני נקבל את המישור ב-ג.א.

ראה איור בעמוד הבא:



(pic-I.1)

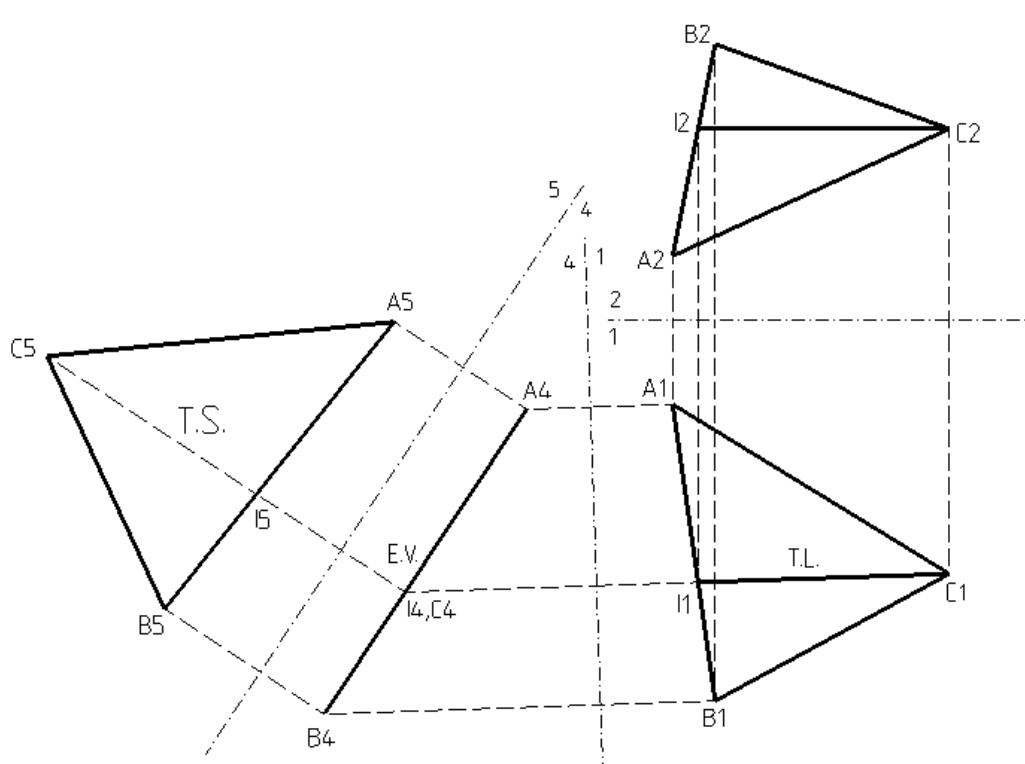
במקרה זה קו BC מקביל לקו הציר שמחבר בין מישור  $\pi_1$  ומישור  $\pi_2$ . במישור  $\pi_2$ . אם כן, הוא באורך אמיתי. במישור  $\pi_4$  הוא בהיטל קצה. מישור  $\pi_5$  אשר נפתח במקביל להיטל הקצה נותן לנו את המשולש ב-ג.א.

העניין הוא, שלרוב, באף אחד מההיטלים לא נמצא קווים ב-א.א. כיצד יודעים שאין קווים באורך אמיתי? במידה ואין לנו קווים מקבילים לקו הציר, אזי אין לנו באף היטל קווים ב-א.א. כאשר אין בנמצא קווים ב-א.א., עלינו לפתוח בסדרה חדשה של פעולות אותה נתאר מיד.

באחד ההיטלים (רצוי  $\pi_1$  או  $\pi_2$ ), נמתח קו עזר כלשהו בתוך המישור, המקביל לציר x לנקודה לה נקרא I ובכך ניצור את קו CI, שהוא קו אופקי. אנו יודעים שמצידו השני של קו הציר, יהיה הקו באורך אמיתי.

כאשר יש לנו קו ב-א.א. אנו כבר יודעים מה לעשות ונחזור בדיוק על כל שלבי הפעולה מהפעם הקודמת.

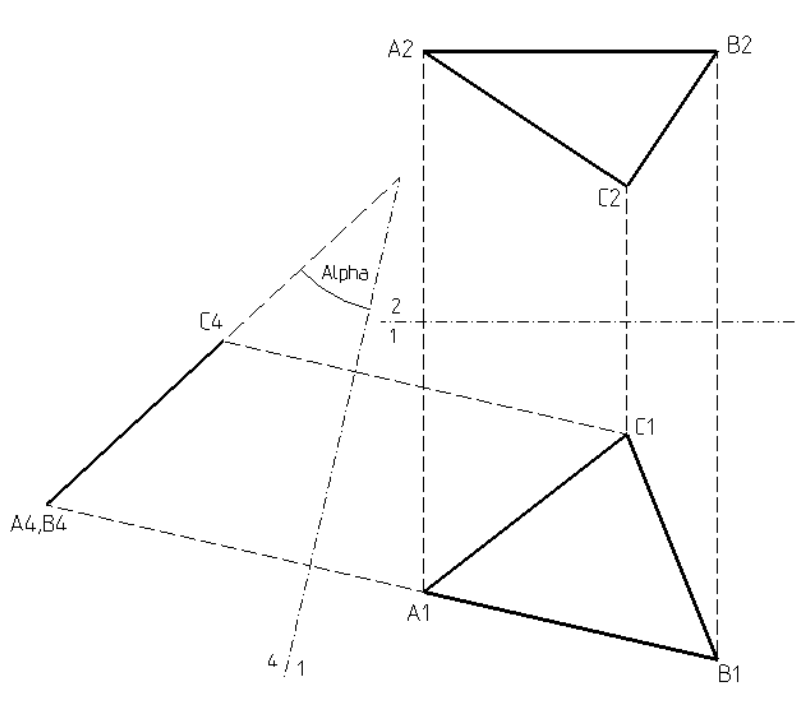
ראה איור בעמוד הבא:



(pic-I.2)

### חלק ב' – מציאת שיפוע זווית של מישור:

בשיעור שעבר הגדרנו שיפוע של מישור ואמרנו שהשיפוע הוא הזווית שהמישור יוצר עם מישור  $\pi_1$  (הרצפה). על מנת למצוא שיפוע של מישור, עלינו להביא תחילה את המישור להיטל קצה. היות והגדרנו שהזווית היא יחסית לרצפה, חובה עלינו להביא את המישור להיטל קצה ישירות ממישור  $\pi_1$ . מכאן משתמע, שבמישור  $\pi_1$  עלינו למצוא קו ב-א.א. על מנת שכשנפתח מישור  $\pi_4$  מאונך לקו, יהיה כל המישור בהיטל קצה. את הזווית עצמה מודדים בין היטל הקצה לקו הציר החדש  $\pi_4/\pi_1$ .



(pic-I.3)

במידה ומבקשים מאיתנו את הזווית של המישור על מישור  $\pi_2$  או מישור  $\pi_3$ , אזי חובה עלינו להגיע להיטלי קצה של המישורים על ידי פתיחת מישור עזר ישירות מ- $\pi_2$  ו- $\pi_3$  בהתאמה. המדידה עצמה תתבצע באותו אופן.

### חלק ג' – מציאת זווית בין שני מישורים:

כעת אנו מגיעים לנושא קשה – מציאת זווית בין שני מישורים. בשיעור הזה נתמודד על מציאת זווית בין שני מישורים שקו החיתוך ביניהם נתון לנו. בשיעורים הבאים נלמד להתמודד עם מקרים קשים יותר.

על מנת למדוד זווית בין שני מישורים, עלינו להביא את שני המישורים להיטל קצה. בניגוד לטענה הרווחת שיש להביא קודם מישור אחד להיטל קצה ומשם לאלץ את המישור השני, טענה זו אינה נכונה! ישנה טכניקה מיוחדת אותה נלמד מיד, אשר מאפשרת בקלות ובמהירות, הבאה של שני המישורים להיטל קצה בו זמנית.

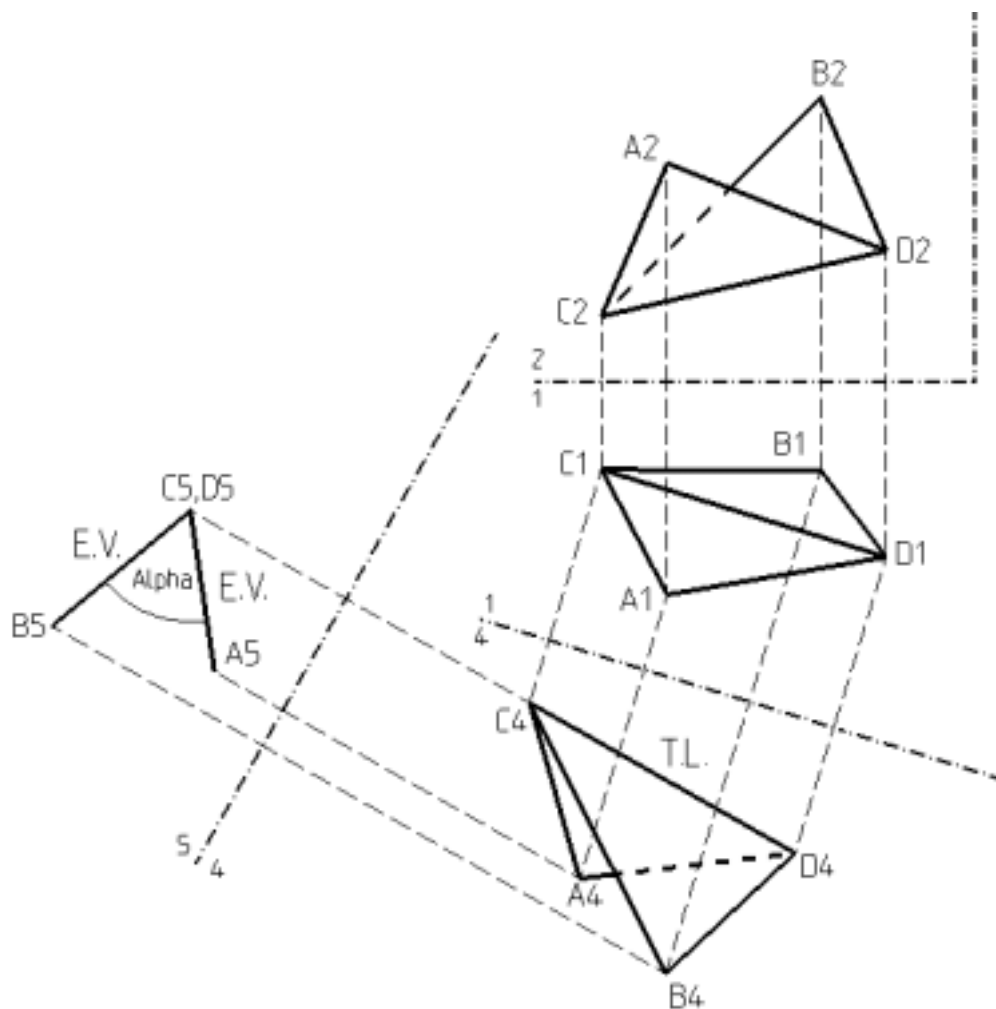
כאשר נדרשנו להביא מישור להיטל קצה, הדבר הראשון שעשינו הוא לחפש על המישור קו כלשהו באורך אמיתי. על מנת להביא שני מישורים להיטל קצה, עלינו למצוא קו באורך אמיתי המשותף הן למישור הראשון והן למישור השני. מהיגיון פשוט ניתן להסיק כי הקו המשותף היחיד הוא לא אחר מאשר קו החיתוך בין שני המישורים.

כאשר נתון לנו קו החיתוך בין שני מישורים, אנו מגדירים את סדר הפעולות הבא:

סדר פעולות:

1. פתיחה של מישור עזר מקביל לקו החיתוך ובכך הבאתו ל-א.א. בדיוק כמו שעשינו כאשר רצינו להביא מישור להיטל קצה.
2. פתיחה של מישור נוסף, מאונך לקו החיתוך ובכך הבאה של שני המישורים הנתונים להיטל קצה בו זמנית.

הרעיון פה הוא להבין שהבאה של קו החיתוך להיטל קצה תיתן לנו את שני המישורים בהיטל קצה בו זמנית.



(pic-I.4)