

עבודת-בית מס' 1

יש לפתור שאלות 1-6 ללא עזרת מחשב.

(1) (אלגברה ליניארית) (א) תהא $\mathbf{A} = [A_{ij}]$ – מטריצה מרובעת מסדר $n \times n$ בעלת איבר אופייני A_{ij} . מהי \mathbf{A}^{-1} (מטריצה הפכית ל- \mathbf{A}), \mathbf{A}^T (מטריצה משוחלפת)?

(ב) הגדר/י מטריצה סימטרית, אנטי סימטרית (skew symmetric).

(ג) הגדר/י מטריצה חיובית למחצה (positive semidefinite), שלילית, חיובית לחלוטין (positive definite), שלילית לחלוטין.

(2) נתונה מטריצה \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

חשבי את $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$.

(3)

(א) מהי מטריצה מסדר $m \times n$?

(ב) מהו הסדר של המטריצה \mathbf{K} ? האם היא סימטרית, חיובית לחלוטין?

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 \\ 1 & -4 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

(ג) פתור/פתרי את מערכת המשוואות $\mathbf{Kd} = \mathbf{F}$ עבור \mathbf{K} הנתון בסעיף הקודם:

$$\mathbf{d} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

(4) נתונה מטריצה \mathbf{B} :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

מצא/י את הערכים העצמיים של \mathbf{B} . האם \mathbf{B} חיובית, שלילית, חיובית לחלוטין או שלילית לחלוטין? מהו מספר המצב (היחס בין הערך העצמי הגבוה ביותר לערך העצמי הנמוך ביותר)?

(5) בדוק/בדקי את החיוביות לחלוטין של מטריצה \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 10 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & 25 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & 10 \end{bmatrix}$$

(6) פתור/פתרי על ידי אלימינציה של גאוס:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 & 12 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

(7) (תכנות)

(א) התכנית הנתונה (בדף הבית) מחשבת שלוש מטריצות (אין צורך בקלט). הרץ/הריצי את התכנית והדפס את המטריצות.

(ב) ערוך/ערכי את התכנית לחשוב הסכום $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ והמכפלה \mathbf{ac} . הגש/הגישי את התכנית החדשה ואת הפלט.

הערה:

יש לבצע סעיף ב' באמצעות לולאות ומבלי להשתמש בפעולות מטריצוניות במטלב.

Reference: G. Strang, *Linear algebra and its applications*, 3rd Ed., Harcourt Brace Jovanovich, San Diego, 1988