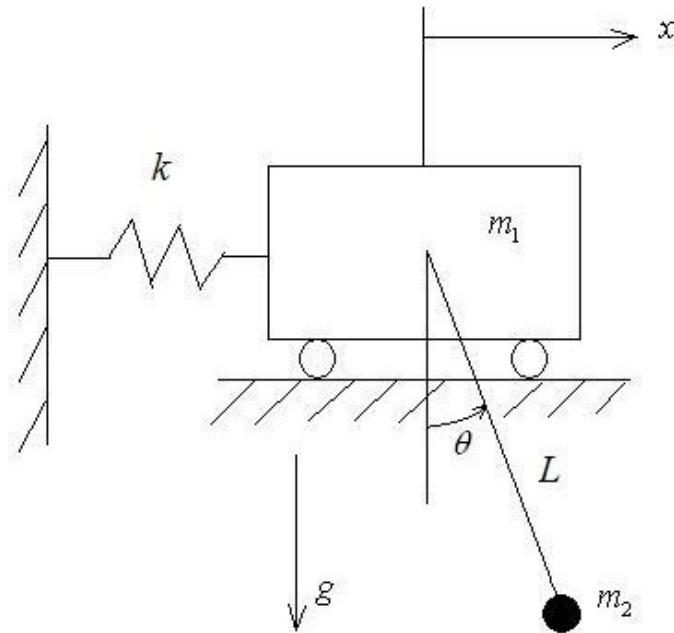


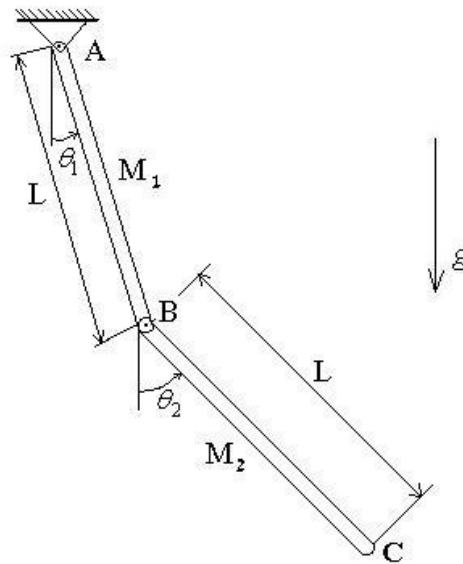
גיליון תרגילים מס' 4

(1) התייחס/י למערכת הנתונה באיור.



- (א) מצא/י את משוואות התנועה של המערכת עבור זווית θ קטנה ובהנחה שאין חיכוך במערכת.
- (ב) מצא/י את התדרים העצמיים והמודים העצמיים של המערכת עבור $m_1 = m_2 = m$.

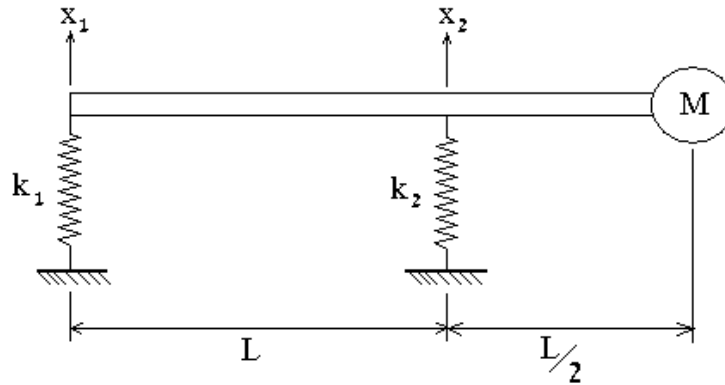
(2) התייחס/י למטוטלת הכפולה הנתונה באיור.



- (א) מצא/י את משוואות התנועה עבור θ_1 ו- θ_2 ללא הנחה כי הזוויות קטנות.
- (ב) הנח/י כי θ_1 ו- θ_2 קטנות והפוך את המשוואות הלא ליניאריות שמצאת בסעיף א' למשוואות ליניאריות.
- (ג) הנח/י מההתחלה כי θ_1 ו- θ_2 קטנות ומצא את משוואות התנועה.

ד) בחר $M_1 = M_2 = m$ ומצא את התדרים העצמיים והמודים העצמיים. יש לשרטט בצורה סכמטית את המודים העצמיים.

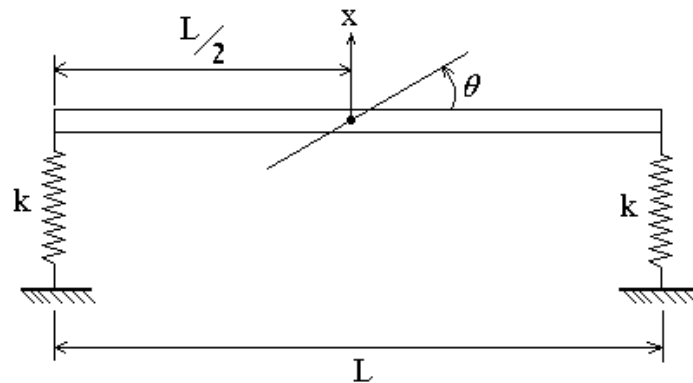
3) עבור הבעיה שנפתרה בכיתה יש לבחור כעת מערכת קואורדינטות כפי הנראית באיור. הנח כי אין חיכוך במערכת ושכוח הכבידה אינו פועל על המסה.



למוט יש מסה ליחידת אורך m (כלומר, המסה הכללית של המוט היא $3mL/2$), בנוסף נתון כי $M = mL$.

- א) הנח שתנועתו הסיבובית של המוט קטנה ומצא את משוואות התנועה עבור x_1 ו- x_2 .
- ב) מצא את התדרים והמודים העצמיים והבחן בעובדה שהם תואמים למה שקיבלתם בכיתה.

4) התייחס למערכת הנתונה באיור :



המוט הוא אחיד ומסתו שווה ל- M . בחר מערכת קואורדינטות כפי שנראית באיור והנח כי θ קטנה ומצא את משוואות התנועה. עיי צפייה בלבד במשוואות התנועה, האם אתה יכול לדעת מהם התדרים העצמיים והמודים העצמיים של התנועה? הסבר.

5) פתרי את תרגיל 4 בגיליון תרגילים 3 באמצעות צעידה בזמן לפי שיטת Newmark בתחום $0 \leq t \leq 4T$ (תנאי שפה הומוגניים). יש להציג גרפים המשווים את הפתרונות לפתרון האנליטי. ערכים מספריים:

$$k=1, c=0.2, m=1$$

$$f_0=1, T=5, \Delta t=0.5$$

א) לפי כלל הטרפז: $\gamma=1/2, \beta=1/4$.

ב) לפי הפרשים מרכזיים: $\gamma=1/2, \beta=0$ (ודא כי התנאי ליציבות השיטה מתקיים).

תשובות סופיות

1) א) (עבור $m_1=m_2$)

$$x: m\ddot{x} + m(\ddot{x} + \ddot{\theta}l) + kx = 0$$

$$\theta: ml(\ddot{x} + \ddot{\theta}l) + mgl\theta = 0$$

ב)

$$\lambda_1 = \frac{kl + 2mg + \sqrt{k^2 l^2 + 4m^2 g^2}}{2ml}$$

$$\lambda_2 = \frac{kl + 2mg - \sqrt{k^2 l^2 + 4m^2 g^2}}{2ml}$$

2) מערכת המשוואות לאחר הפיכתן של המטריצות לסימטריות:

$$\begin{bmatrix} I_1 + M_1 \frac{L^2}{4} + M_2 L^2 & M_2 \frac{L^2}{2} \\ M_2 \frac{L^2}{2} & I_2 + M_2 \frac{L^2}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} M_1 g \frac{L}{2} + M_2 g L & 0 \\ 0 & M_2 g \frac{L}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{תדרים עצמיים: } \omega_1^2 = 5.268 \frac{g}{L}, \omega_2^2 = 0.732 \frac{g}{L}$$

(3) מערכת המשוואות :

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{8} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 3\frac{3}{8} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \frac{k}{mL} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

תדרים עצמיים : בדיוק כמו שהיה בהרצאה.