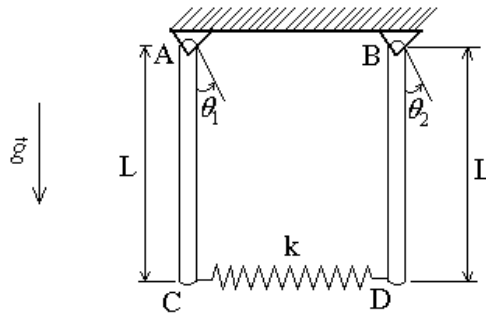


גיליון תרגילים מס' 5

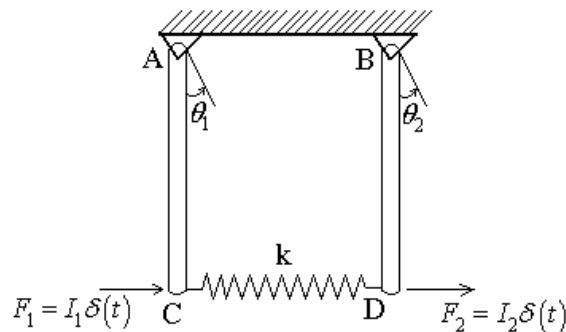
1) התייחס למטוטלת הכפולה שבאיור 1.1. המטוטלת בנויה משני מוטות בעלי אורך L ומסה m . המוטות מחוברים ע"י פנינים בקצוות A ו- B , ומחוברים ע"י קפיץ ישר בעל קשיחות k בקצוות C ו- D .

איור 1.1



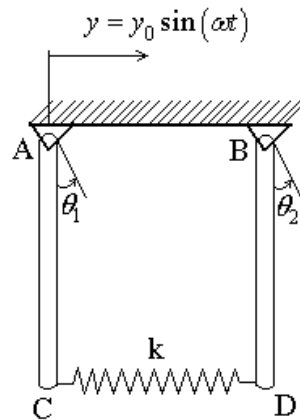
- א) הנח כי θ_1 ו- θ_2 הן קטנות ומצא את משוואות התנועה של המערכת.
- ב) בחר $kL^2 = mgL/2$ ומצא את התדרים הטבעיים ומודי התנודה המנורמלים.
- ג) בזמן $t=0$ נתון: $\theta_1(0) = \theta_0$, $\dot{\theta}_1(0) = 0$, $\theta_2(0) = 0$, $\dot{\theta}_2(0) = \omega_0$. מצא את הפתרון עבור θ_1 ו- θ_2 .
- ד) בזמן $t=0$ המערכת נמצאת במצב מנוחה. ב- $t \geq 0$ פועלים שני אימפולסים כפי שנראה באיור 1.2. מצא את הפתרון עבור θ_1 ו- θ_2 . לאחר מכן מצא מהו היחס I_1/I_2 שבו המערכת תנוע על פי המוד הראשון בלבד.

איור 1.2



- ה) בזמן $t=0$ המערכת נמצאת במנוחה. בזמן $t \geq 0$ התמיכה ב- A נעה בצורה אופקית על פי $y = y_0 \sin(\omega t)$ (ראה איור 1.3). מצא את הפתרון עבור θ_1 ו- θ_2 .

איור 1.3



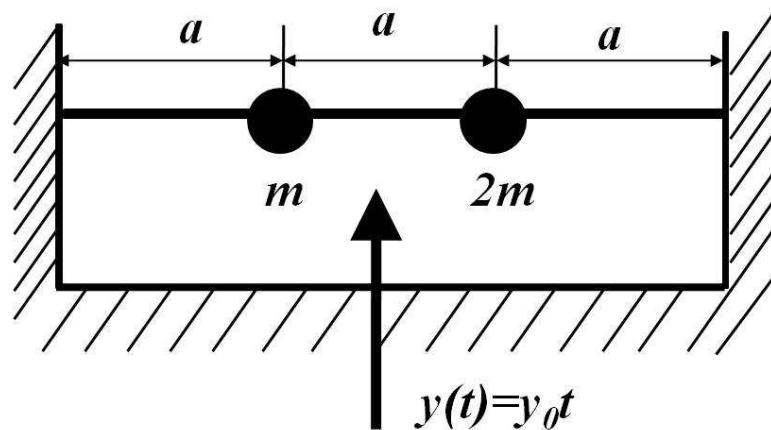
2) נתון מיתר חסר משקל שעלו שתי מסות m ו- $2m$, איור 2.1. כוח מתיחה במיתר T לא משתנה עם התזוזה. הקצוות של המיתר מחוברים לבסיס שמתחיל לנוע בכיוון אנכי בזמן $t=0$ כך ש- $y(t) = y_0 t H(t)$. תחת הנחה של הזזות קטנות, משוואות התנועה החופשית הן

$$m\ddot{u}_1 + 2\frac{T}{a}u_1 - \frac{T}{a}u_2 = 0$$

$$2m\ddot{u}_2 - \frac{T}{a}u_1 + 2\frac{T}{a}u_2 = 0$$

יש להשלים את משוואות התנועה ולקבל את התגובה של המערכת לתנועה של הבסיס. ניתן להיעזר בפתרון הבעיה של שתי מסות שניתן בכתה.

איור 2.1



תשובות סופיות

(1 א)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3}mL^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}mL^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} kL^2 + \frac{mgL}{2} & -kL^2 \\ -kL^2 & kL^2 + \frac{mgL}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ב) תדרים טבעיים: $\omega_1 = \sqrt{\frac{9g}{2L}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{2L}}$

מודי תנודה: $u^{(2)} = \sqrt{\frac{3}{2mL^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $u^{(1)} = \sqrt{\frac{3}{2mL^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

ד) המערכת תנוע ע"פ המוד הראשון בלבד כאשר: $I_1 / I_2 = 1$.