

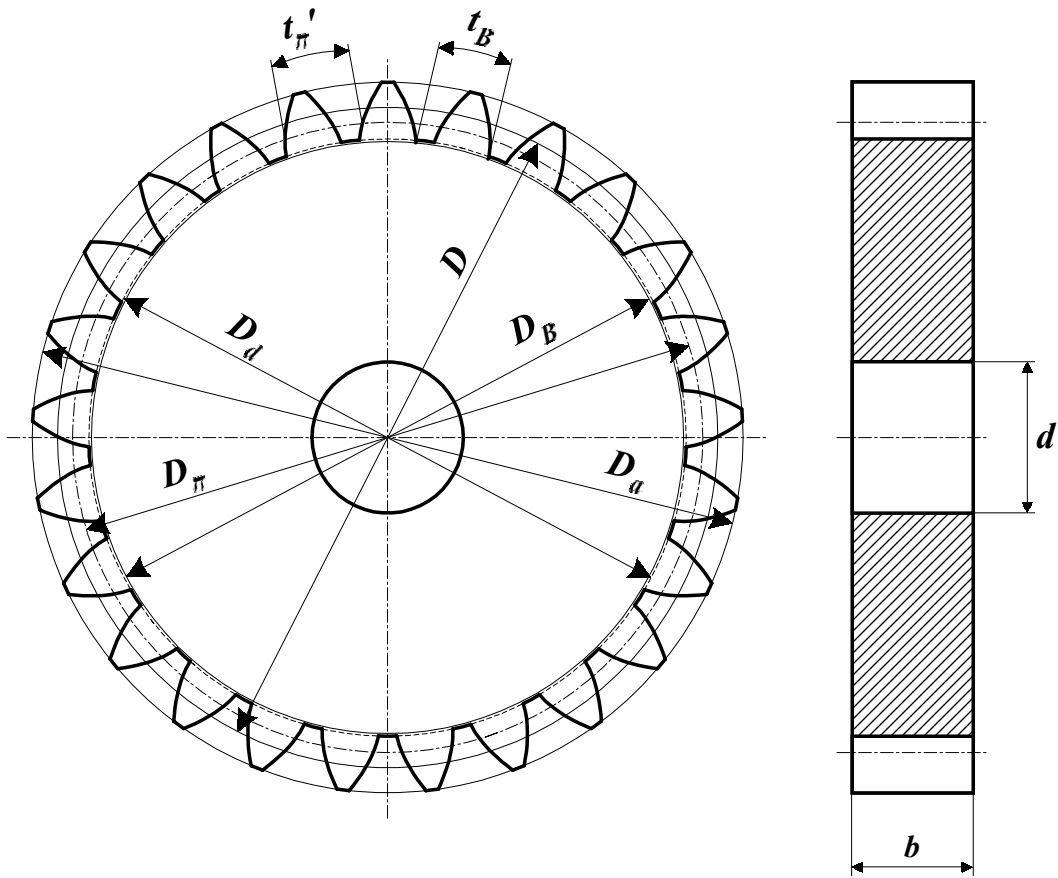
מעבדה 6 גלגלי שיניים

מטרה

1. זיהוי ומדידה של פרמטרים בגלגלי שיניים.
2. מדידת מקדם תיקון השן בגלגלי שיניים.

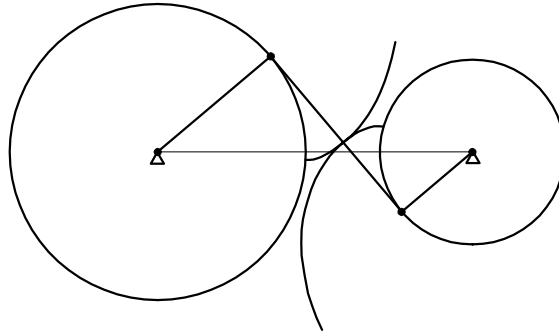
רקע

התמונה הבאה מציגה גלגל שיניים עם המידות העיקריות הקשורות אליו והגדרתן.



| | | | |
|-------------------------------|------------|-------------------|-------|
| פסיעה על מעגל חלוקה | t'_π | מספר שיניים | z |
| פסיעה על מעגל בסיסי | t_B | קוטר מעגל ראשים | D_a |
| זווית תשלובת הכלי, 20° | α_0 | קוטר מעגל עיקרים | D_d |
| גובה שן | h | קוטר מעגל חלוקה | D_n |
| גובה ראש השן | h' | קוטר המעגל התחלתי | D |
| גובה עיקר השן | h'' | קוטר המעגל בסיסי | D_B |
| עובי שן על מעגל החלוקה | S'_π | רוחב גלגל | b |
| מודול | m | קוטר קדח | d |

שן של גלגל שיניים ביותר מ-99% של הגלגלים היא בעלת פרופיל אוולבנטי. אוולבנטה של מעגל מתקבלת כקו המתואר על ידי קצו של סרגל ישר המתגלגל על המעגל הזה. מכאן התכונה העיקרית של אוולבנטה היא שכל ניצב לאוולבנטה ישיק למעגל הבסיס שלה. אם נשלב בין האוולבנטות כך שמרכזי מעגלי הבסיס יהיו קבועים, נקבל אפוא שההתשלוּבּת הזאת מאפשרת תמסורת במהירות קבועה. אכן, בנקודה שבה האוולונטות נוגעות אחת בשנייה יש להן נורמל משותף ומהתכונה האמורה של הנורמל מקבלים שהנורמל הזה ישיק לשני מעגלי הבסיס בו זמנית. לכן תשלוּבּת של שתי אוולונטות אקוילנטית למנגנון של שלושה מוטות מאונכים זה לזה (ראה תמונה). היות והמנגנון הזה קבוע כל עת שהאוולונטות משולבות, העברת



המהירות ממעגל למעגל נעשית ביחס קבוע (אשר שווה גם ליחס הקטרים של המעגלים).

בהשתלבות של שתי אוולבנטות ניתן לבנות שני מעגלים דמיוניים סביב צירי הגלגלים אשר מתגלגלים ללא החלקה אחד על השני. המעגלים האלה נקראים **מעגלים התחלתיים**. לפי התקן הבינלאומי ISO 1122-1 מעגל התחלתי (pitch circle) הינו מעגל מרכזי הסיבוב הרגועים של הגלגל.

הגיאומטריה של האוולבנטה

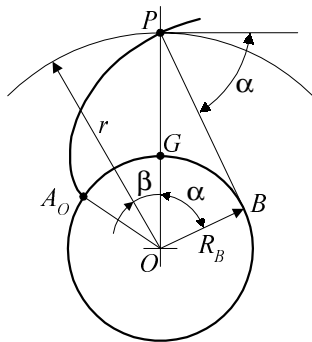
בנית האבולבנטה :

$$PB = \cup A_O B = R_B \tan \alpha$$

$$\cup A_O B = \cup A_O G + \cup GB$$

$$R_B \tan \alpha = R_B (\beta + \alpha)$$

$$\beta = \tan \alpha - \alpha = \text{inv } \alpha$$



כאשר inv מסמנת את פונקציית האינולוטה. ערכיה מוצגים בטבלה בעמוד הבא. כמו כן :

$$OP = \frac{R_B}{\cos \alpha}$$

ולכן אנו מקבלים את המשוואות הפרמטריות של האוולבנטה בקואורדינטות פולאריות :

ערכי פונקצית האינולוטה

| α° | $\tan \alpha - \alpha = \text{inv } \alpha$ | | | | | |
|----------------|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' |
| 12 | 0.003117 | 0.003250 | 0.003387 | 0.003528 | 0.003673 | 0.003822 |
| 13 | 0.003975 | 4132 | 4294 | 4459 | 4629 | 4803 |
| 14 | 0.004982 | 5165 | 5355 | 5545 | 5742 | 5943 |
| 15 | 0.006150 | 6361 | 6577 | 6798 | 7025 | 7256 |
| 16 | 0.007493 | 7735 | 7982 | 8234 | 8492 | 8756 |
| 17 | 0.009025 | 9299 | 9580 | 9866 | 10158 | 10456 |
| 18 | 0.010760 | 11071 | 11387 | 11709 | 12038 | 12373 |
| 19 | 0.012715 | 13063 | 13418 | 13779 | 14148 | 14523 |
| 20 | 0.014904 | 0.015293 | 0.015689 | 0.016092 | 0.016502 | 0.016920 |
| 21 | 0.017345 | 17777 | 18217 | 18665 | 19120 | 19583 |
| 22 | 0.020054 | 20533 | 21019 | 21514 | 22018 | 22529 |
| 23 | 0.023049 | 23577 | 24114 | 24660 | 25214 | 25777 |
| 24 | 0.026350 | 26931 | 27521 | 28121 | 28729 | 29348 |
| 25 | 0.029975 | 30613 | 31260 | 31916 | 32583 | 33260 |
| 26 | 0.033947 | 34644 | 35352 | 36069 | 36798 | 37537 |
| 27 | 0.038286 | 39047 | 39819 | 40602 | 41395 | 42201 |
| 28 | 0.043017 | 43845 | 44685 | 45537 | 46400 | 47276 |
| 29 | 0.048164 | 49064 | 49976 | 50901 | 51838 | 52788 |
| 30 | 0.053751 | 0.054728 | 0.055717 | 0.056720 | 0.057736 | 0.058760 |
| 31 | 0.059808 | 60866 | 61937 | 63022 | 64122 | 65236 |
| 32 | 0.066364 | 67507 | 68665 | 69838 | 71026 | 72230 |
| 33 | 0.073449 | 74684 | 75934 | 77200 | 78483 | 79781 |
| 34 | 0.081097 | 82428 | 83777 | 85142 | 86525 | 87925 |
| 35 | 0.089342 | 90777 | 92230 | 93701 | 95190 | 96698 |
| 36 | 0.098224 | 99769 | 0.10133 | 0.10292 | 0.10452 | 0.10614 |
| 37 | 0.10778 | 0.10944 | 11113 | 11283 | 11455 | 11630 |
| 38 | 0.11806 | 11985 | 12165 | 12348 | 12534 | 12721 |
| 39 | 0.12911 | 13102 | 13297 | 13493 | 13692 | 13893 |
| 40 | 0.14097 | 0.14303 | 0.14511 | 0.14722 | 0.14936 | 0.15152 |
| 41 | 0.15370 | 15591 | 15815 | 16041 | 16270 | 16502 |
| 42 | 0.16737 | 16974 | 17214 | 17457 | 17702 | 17951 |
| 43 | 0.18202 | 18457 | 18714 | 18975 | 19238 | 19505 |
| 44 | 0.19774 | 20047 | 20323 | 20603 | 20885 | 21171 |
| 45 | 0.21460 | 21753 | 22049 | 22348 | 22651 | 22958 |
| 46 | 0.23268 | 23582 | 23899 | 24220 | 24545 | 24874 |
| 47 | 0.25206 | 25543 | 25883 | 26228 | 26576 | 26929 |
| 48 | 0.27285 | 27646 | 28012 | 28381 | 28755 | 29133 |
| 49 | 0.29516 | 29903 | 30295 | 30691 | 31092 | 31498 |
| 50 | 0.31909 | 0.32524 | 0.32745 | 0.33171 | 0.33601 | 0.34037 |
| 51 | 0.34478 | 34924 | 35376 | 35833 | 36295 | 36763 |
| 52 | 0.37237 | 37716 | 38202 | 38693 | 39190 | 39693 |
| 53 | 0.40202 | 40717 | 41239 | 41767 | 42302 | 42843 |
| 54 | 0.43390 | 43945 | 44606 | 45074 | 45650 | 46232 |
| 55 | 0.46822 | 0.47419 | 0.48023 | 0.48635 | 0.49255 | 0.49882 |

$$r = \frac{R_B}{\cos \alpha}$$

$$\beta = \text{inv } \alpha$$

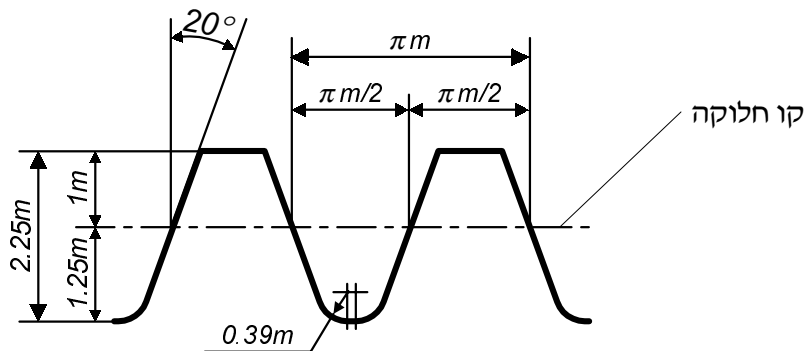
מעגל שהוא בסיס לבניית אוולבנטה של השן נקרא **מעגל בסיסי**. אם קוטר המעגל הבסיסי גדל ושואף לאינסוף, האוולבנטה שואפת לקו ישר. לכן ניתן לבנות את השן האוולבנטית על ידי השתלבות עם פס שיניים בעל שיניים ישרות. לכן ייצור של גלגלי שיניים בעלי שיניים אוולבנטיות נוח במיוחד: מייצרים אותם על ידי העתקת הפרופיל מהכלי שהוא פס שיניים. את הגליל שמשמש כחומר גלם לגלגל משלבים עם הכלי ומזיזים את הכלי יחד עם סיבוב הגליל כך שאחד המעגלים הדמיוניים על הגליל מתגלגל ללא החלקה על הקו הדמיוני של הפס המשיק לו. המעגל הזה נקרה **מעגל חלוקה**. קוטרו של מעגל החלוקה מוגדר על ידי נוסחה

$$D_n = mz$$

ועל סמך משוואת האוולבנטה מקבלים את קוטר המעגל הבסיסי

$$D_B = D_n \cos \alpha_0$$

זווית הנטייה של הפרופיל הישר של פס השיניים היא זווית התשלובת והיא נקבעת על ידי התקן כ- 20° . מידות של הפרופיל הבסיס של פס שיניים נקבעות בתקן והן מובאות בציור. התקן מתיר שינויים ברדיוס העגלת שורש השן ובגובה הכולל של השן. כל המידות של השן (וגם קוטר מעגל החלוקה) פרופורציונליות לגודל m הנקרא **מודול**.

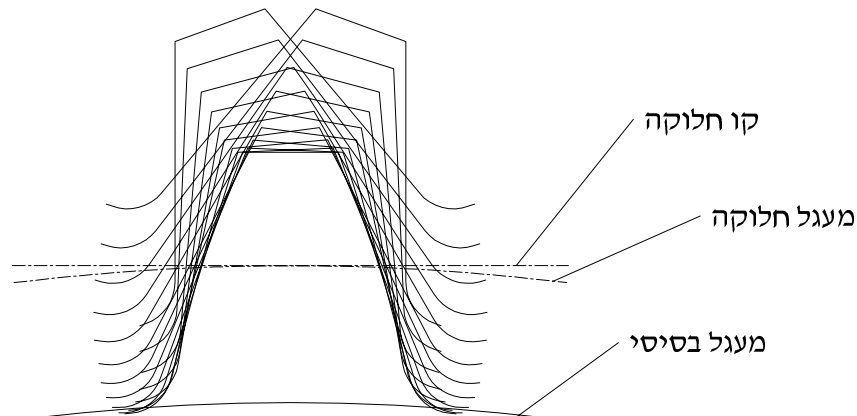


המידות האפשריות של המודול נקבעות בתקן בינלאומי ISO 54 1977 ובעקבותיו גם בתקנים לאומיים (בריטי BS 436: Part 2, גרמני DIN 780 ואחרים) והן נתונות בטבלה הבאה:

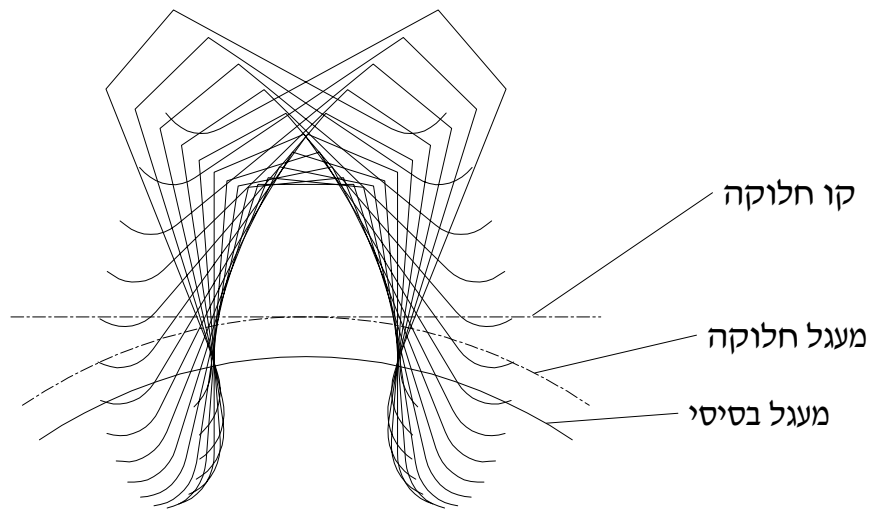
| 2 | 1 |
|--------------------|-------------|
| מודול m (מ"מ) | |
| מודול בעדיפות שניה | מודול מועדף |
| | 1 |
| 1.125 | 1.25 |
| 1.375 | 1.5 |
| 1.75 | 2 |
| 2.25 | 2.5 |
| 2.75 | 3 |

| 2 | 1 |
|--------------------|-------------|
| מודול m (מ"מ) | |
| מודול בעדיפות שניה | מודול מועדף |
| 3.5 | 4 |
| 4.5 | 5 |
| 5.5 | 6 |
| 7 | 8 |
| 9 | 10 |
| 11 | 12 |
| 14 | 16 |
| 18 | 20 |
| 22 | 25 |
| 28 | 32 |
| 36 | 40 |
| 45 | 50 |

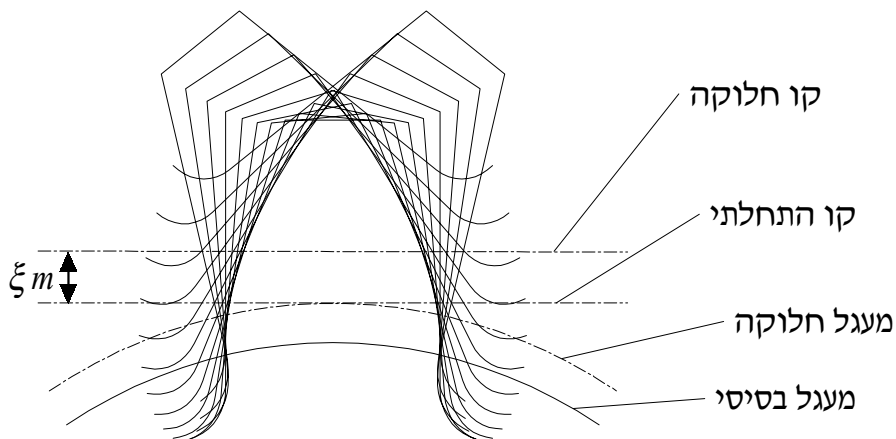
בחיתוך השן ללא **תיקון** הקו על פס שיניים אשר משיק למעגל החלוקה על גלגל השיניים הוא קו שרוחב השן עליו שווה למרחק בין השיניים (קו חלוקה). תהליך יצירת השן במקרה הזה מתואר בציור הבא:



כאשר מקטינים את מספר השיניים (ועל ידי כך את קוטר מעגל החלוקה ראה נוסחה למעלה) מקבלים שן בעלת נתונים גרועים יותר: מעגל בסיסי עולה באופן משמעותי לתוך החלק הפעיל של השן, מתקבלת שן עם שורש צר ולכן חלש שגם איננו נמצא בחלק האוולבנטי של הפרופיל. זוהי תופעת חיתוך השורש (undercut). התופעה מודגמת בתמונה:



על מנת להקטין את תופעת חיתוך השורש, מרחיקים את כלי החיתוך (את פס השיניים) ממרכז הסיבוב. הדבר שקול לבחירה של חלקים פעילים של אוולבנטות המרוחקים יותר מהמעגל הבסיסי. במצב הזה מעגל החלוקה של הגלגל איננו מתגלגל על קו החלוקה של הפס אלא על קו אחר כאשר אנו נקרא לו קו התחלתי באנלוגיה עם המעגל ההתחלתי של גלגל שיניים. המרחק בין קו החלוקה של הכלי לבין הקו ההתחלתי שהוא גם מרחק הזזה של הפס מהמצב ה"תקני" שלו מגדיר מקדם תיקון. **מקדם התיקון** ξ הוא מרחק הזזת הכלי המחולק במודול. תיקון של גלגל שיניים מומחש בתמונה הבא:



שני גלגלי שיניים בעלי מודול זהה תמיד ניתן לשלב. בהשתלבות של שני גלגלי שיניים ללא תיקון מעגלים התחלתיים שלהם חופפים עם מעגלי החלוקה. אך לאחר התיקון המעגלים ההתחלתיים אינם חופפים יותר עם מעגלי החלוקה של הגלגלים. התיקון משנה גם מרחק בין צירים של זוג הגלגלים. לפעמים רצוי לא לשנות את המרחק בין הצירים ולשם כך ניתן לבצע תיקון שלילי לגלגל שיניים הגדול בזוג, כלומר להזיז את הכלי בזמן הייצור לכיוון מרכז הסיבוב. בגלגלי שיניים בעלי מספר רב של שיניים התיקון השלילי אינו גורם נזק משמעותי לצורת השן. על מנת לשמור את המרחק בין הצירים, התיקון השלילי של הגלגל הגדול צריך להיות שווה בערכו המוחלט לתיקון של הגלגל הקטן.

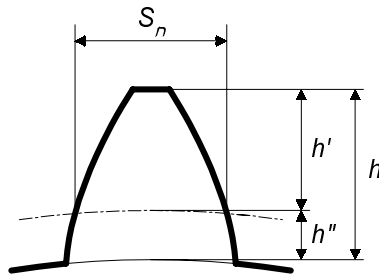
הפרמטרים הנוספים של השן הם גובה השן h , גובה ראש השן h' וגובה עיקר השן h'' . הגדלים האלה מוגדרים על ידי הנוסחאות:

$$h = \frac{D_a - D_d}{2}$$

$$h' = \frac{D_a - D_\pi}{2}$$

$$h'' = \frac{D_\pi - D_d}{2}$$

עובי השן על מיתר על מעגל החלוקה S_π הוא אחד הגדלים אשר משמשים לבקרת איכות הגלגל. הפרמטרים הנזכרים לעיל מומחשים בתמונה הבאה:



מדידת מקדם תיקון של גלגל שיניים

ראשית נציין, שניתן להעריך את מקדם התיקון מתוך קוטר מעגל הראשים של הגלגל, מספר השיניים ומודול. אכן, מיקומו של קו החלוקה של פס השיניים נגע במעגל שקוטרו

$$D_a - 2m$$

הקוטר הזה גדול מקוטר מעגל החלוקה ב- $2\xi m$ ולכן

$$D_\pi + 2\xi m = mz + 2\xi m = D_a - 2m$$

לכן

$$\xi = \frac{D_a}{2m} - \frac{z+2}{2}$$

זאת, כאמור, הערכה בלבד כי את גובה השן מותר לשנות ולכן ההפרש בין קוטר מעגל הראשים לבין מעגל המשיק לקו החלוקה של פס השיניים אינו שווה בהכרח בדיוק ל- $2m$.

להלן שתי שיטות מדויקות למדידת מקדם התיקון אשר נשתמש בהן בניסוי. הנוסחאות היסודיות לשתי השיטות הן נוסחה לעובי השן על קשת של מעגל חלוקה (אשר מתקבלת מתנאי שמעגל חלוקה מתגלגל ללא החלקה על הקו המתאים של פס שיניים)

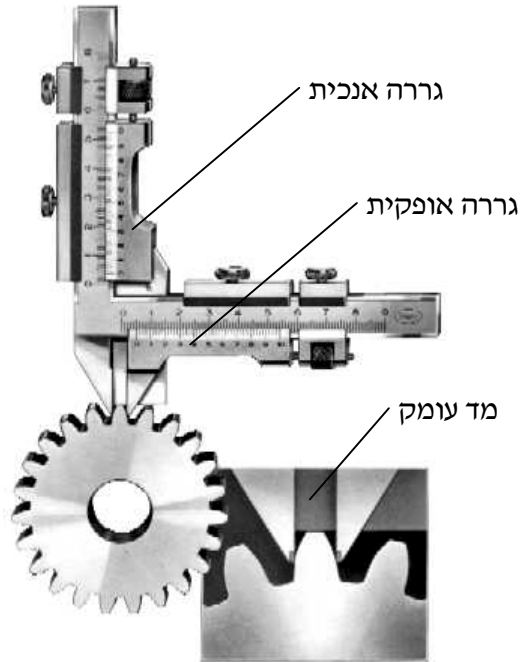
$$S'_\pi = \frac{\pi m}{2} + 2\xi m \tan \alpha_0$$

ונוסחה שמקשרת את עובי השן על הקשת על מעגל שרירותי בקוטר D בעל זווית תשלובת α עם עובי השן על הקשת של מעגל בסיסי

$$\frac{S'}{D} = \frac{S'_B}{D_B} - \text{inv } \alpha$$

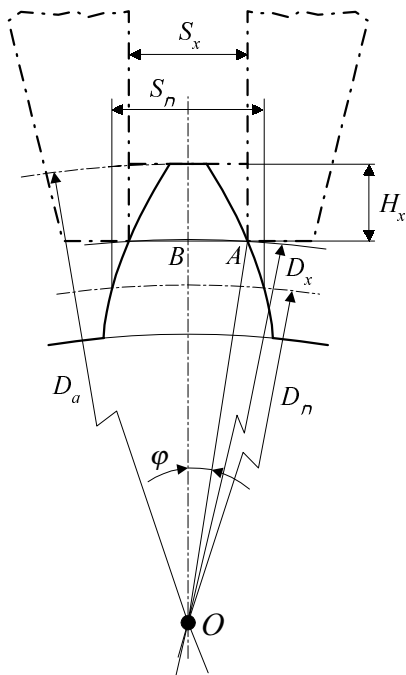
שיטה א'

בשיטה זו משתמשים בזחון בעל שתי גררות. כלי המדידה הזה ושימוש בו בגלגלי שיניים מתואר בתצלום.



על הגררה האנכית קובעים ערך סתמי H_x . מומלץ לבחור את גודל H_x בסביבות המודול. מכניסים את הזחון אל הגלגל עד למעצור ומודדים את עובי השן לפי המיתר S_x כמתואר בתמונה.

מקדם התיקון נמצא מהנוסחאות הבאות:



$$OB = \frac{D_a}{2} - H_x$$

$$\varphi = \arctan \frac{S_x/2}{OB}$$

$$D_x = \frac{S_x}{\sin \varphi}$$

עובי השן לפי קשת על המעגל המדוד:

$$S'_x = S_x \frac{\varphi}{\sin \varphi}$$

זווית התשלובת על המעגל המדוד:

$$\alpha_x = \arccos \frac{D_B}{D_x}$$

עובי השן על קשת על מעגל החלוקה:

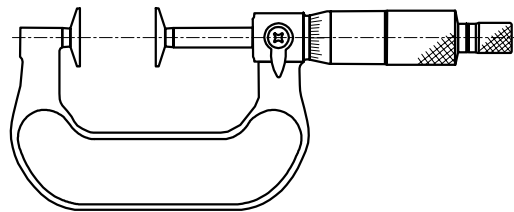
$$S'_n = D_n \left(\frac{S'_x}{D_x} + \text{inv } \alpha_x - \text{inv } \alpha_0 \right)$$

כיוון שזווית התשלובת על מעגל החלוקה היא $\alpha_n = \alpha_0$. סופית מקבלים את מקדם התיקון:

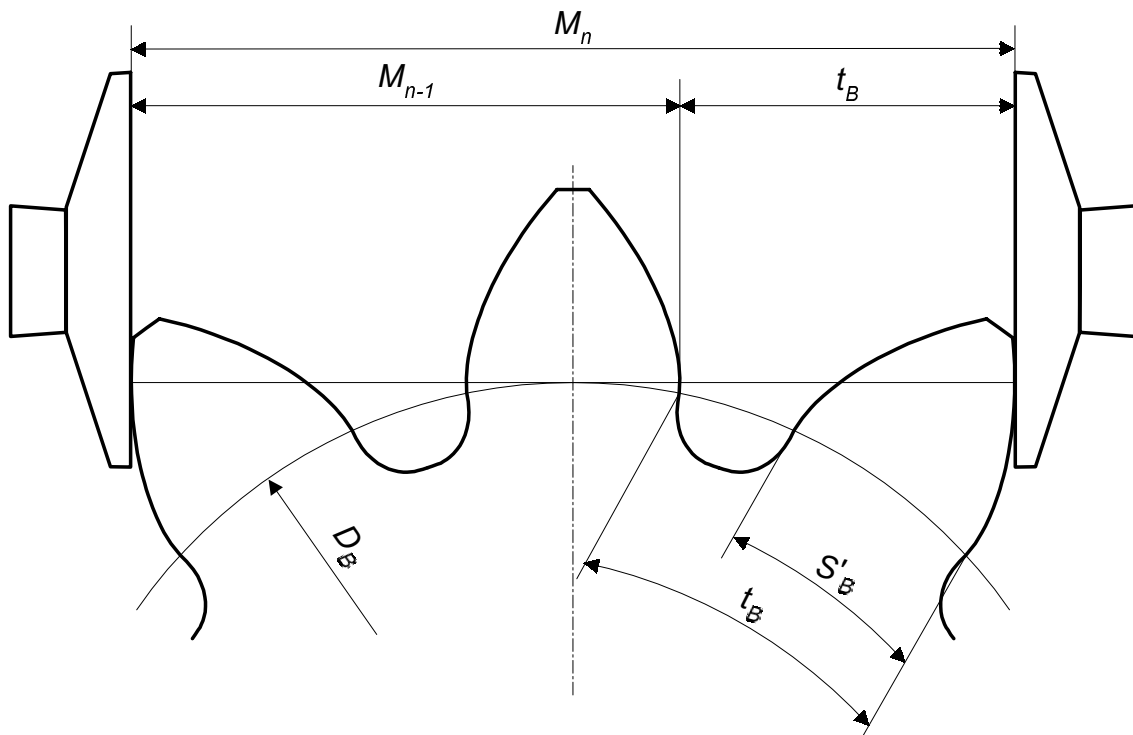
$$\xi = \frac{S'_n - \frac{\pi}{2}m}{2m \tan \alpha_0}$$

שיטה ב'

בשיטה זאת נעשה שימוש במיקרומטר צלחות. זהו מיקרומטר אשר משטחי המדידה שלו מבוצעים כדיסקים שטוחים.



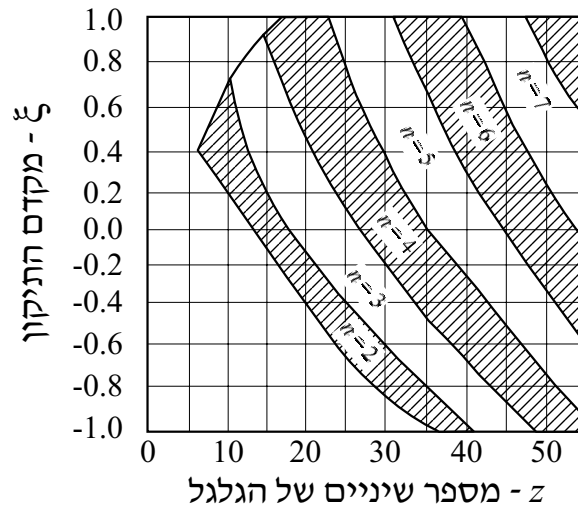
בעזרת מיקרומטר צלחות מבצעים מדידה של אורך הנורמל המשותף דרך n ו- $n-1$ שיניים כמוצג בתמונה. עקב התכונות של אוולבנטה הנורמל המשותף ישיק למעגל הבסיסי.



למדידה הזאת יש לבחור מספר שיניים כך, שהמיקרומטר יתפוש את החלקים האוולבנטיים של השיניים. מספר השיניים הטוב ביותר למדידה הזאת הוא

$$n = \frac{1}{2} + \left[\sqrt{\left(\frac{z + 2\xi}{\cos \alpha_0} \right)^2 - z^2 - z \operatorname{inv} \alpha_0 - 2\xi \tan \alpha_0} \right] / \pi$$

ברור שלפני המדידה מקדם התיקון אינו ידוע. ניתן להעריך אותו בשיטה המוסברת בתחילת הסעיף. ניתן גם להיעזר בתרשים הבא:



את מקדם התיקון מקבלים מהמדידה על ידי החישוב הבא:
פסיעה על מעגל בסיסי

$$t_B = M_n - M_{n-1}$$

עובי של השן הנמדדת (המתוקנת) על קשת המעגל הבסיסי

$$S'_{BC} = M_n - t_B(n-1)$$

עובי השן ללא תיקון על קשת המעגל הבסיסי

$$S'_B = mz \cos \alpha_0 \left(\frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv} \alpha_0 \right)$$

מקדם התיקון

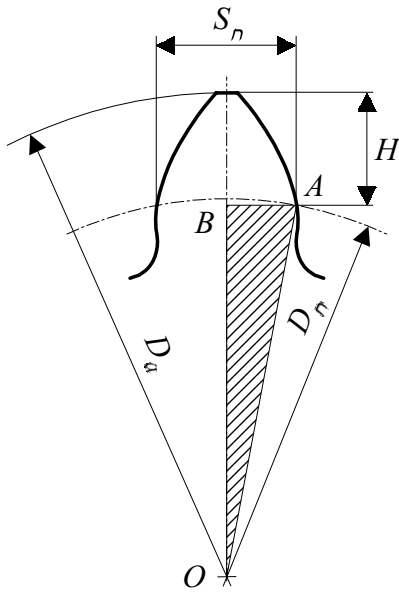
$$\xi = \frac{S'_{BC} - S'_B}{2m \sin \alpha_0}$$

סטיות בייצור גלגל שיניים

סטיות בייצור גלגל שיניים גורמות להעברת מהירות לא אחידה, תאוצות לא צפויות, עומסים דינמיים גדולים מהעומסים הסטטיים, רעשים וכו'. גלגלי שיניים מחולקים לדרגות דיוק בהתאם לדרגות דיוק אשר הוזכרו במעבדה 2. כאן נבצע שלוש מדידות של דיוק גלגל שיניים.

מדידת עובי שן על מעגל חלוקה

מדידת עובי השן לפי מיתר על מעגל חלוקה נעשית בעזרת זחון בעל שתי גררות. בידיעת מודול, מספר שיניים ומקדם תיקון ניתן לחשב את העובי בשן אידיאלית:



$$S_{\pi} = D_{\pi} \sin \frac{S'_{\pi}}{D_{\pi}} = mz \sin \frac{\pi + 4\xi \tan \alpha_0}{2z}$$

כאשר יש לקבוע על הגררה האנכית את עומק הכניסה

$$. H = \frac{D_a}{2} - \frac{mz}{2} \cos \frac{\pi + 4\xi \tan \alpha_0}{2z}$$

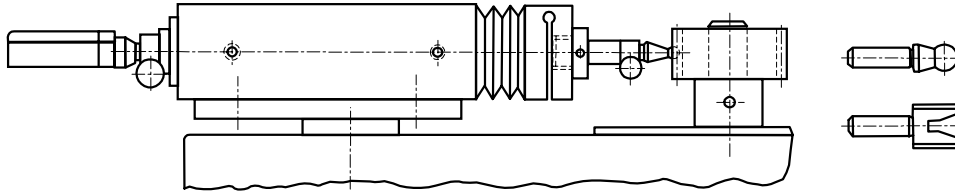
בדרך כלל עובי השן הנמדד יהיה נמוך מהמחושב, כלומר השן תהיה צרה מהאידיאלית. לרוב הדבר מבוצע בכוונה על מנת לתת לשן חופש התפשטות בזמן חימום בתנאי עבודה. ההצרה המלאכותית של השיניים נקראת מהלך מת (backlash).

את שתי המדידות הבאות מבצעים בעזרת תחנה לבדיקת גלגלי שיניים Workshop Gear Tester 897 של חברת Carl Mahr. מכונות כאלה משמשות לבקרה שותפת נוחה של דיוק גלגלי שיניים.



בדיקת שגיאת אחידות הרווח של גלגל שיניים

את הבדיקה מבצעים עם המדיד הכדורי של התחנה. את המדיד המתאים למודול (המספר רשום על מוט המדיד) מכניסים למתקן ומהדקים בעזרת בורג. את הגלגל מושיבים על הציר במרחק שיאפשר את תנועת המדיד. מכניסים חוגן לקדח האחורי של התחנה.



משלבים את המדיד עם הגלגל ומאפסים את החוגן. בעזרת ידית מרחיקים את המדיד ומסובבים את הגלגל פסיעה אחת. משלבים את המדיד בחזרה ורושמים את קריאת החוגן.

בדיקת אחידות עובי השן

את הבדיקה מבצעים בתהליך המתואר בסעיף הקודם בעזרת מדידת בצורת מזלג V.

מכשור

זחון (קליבר)

זחון בעל שתי גררות

מיקרומטר

מיקרומטר צלחות

תחנת בדיקת גלגלי שיניים 897 Workshop gear tester

חוגן

מהלך הניסוי

1. בחר גלגל שיניים. מדוד או חשב את הגדלים הבאים:

א. מספר שיניים z

ב. קוטר מעגל ראשים D_a בעזרת זחון או מיקרומטר

ג. קוטר מעגל עיקרים D_d בעזרת זחון או מיקרומטר

ד. קוטר קדח d בעזרת זחון

ה. חשב את גובה השן $h = (D_a - D_d)/2$

ו. חשב את המודול מתוך נוסחאות $m = D_a/(z+2)$ ו- $m = h/2.25$ והעגל למודול התקני הקרוב ביותר לשני הערכים שקיבלת. חשב את קוטר מעגל החלוקה

ז. חשב קוטר מעגל בסיסי $D_B = D_n \cos \alpha_0$

ח. חשב את גובה ראש השן $h' = (D_a - D_n)/2$

- ט. חשב את גובה עיקר השן $h'' = (D_{\pi} - D_d)/2$
2. מדוד את מקדם התיקון של הגלגל בעזרת זחון בעל שתי גררות:
- קבע H_x על הסקאלה האנכית של הזחון
 - מדוד את S_x על הסקאלה האופקית. בצע שלוש מדידות על שיניים שונות והשתמש בממוצע בשביל החישוב
 - בעזרת החישובים שפורטו בגוף ההסבר חשב את ξ
3. מדוד את מקדם התיקון בעזרת מיקרומטר צלחות:
- הערך את מקדם התיקון מתוך קוטר מעגל הראשים, מספר שיניים ומודול. בעזרת ההערכה הזאת על ידי שימוש בנוסחה או בגרף בחר את מספר השיניים n הנחוץ למדידה
 - מדוד את הגדלים M_n ו- M_{n-1} בעזרת מיקרומטר צלחות. בצע שלוש מדידות על חלקים שונים של הגלגל והשתמש בממוצע לחישוב.
 - בעזרת החישובים שפורטו בגוף ההסבר חשב את ξ
4. מדוד את עובי השן על מעגל החלוקה:
- חשב את הכניסה הנדרשת H וקבע אותה על הגררה האנכית של הזחון
 - מדוד את עובי השן על מיתר מעגל החלוקה
 - השווה את הגודל המדוד עם המחושב
5. מדוד שגיאות אחידות הרווח והקונצנטריות:
- עבור על הרווחים אחד אחד ורשום את הסטיות
 - חשב את הסטייה כהפרש של הערך המרבי והמזערי של קריאות החוגן
6. מדוד שגיאת אחידות עובי השן וקונצנטריות:
- עבור על השיניים אחד אחד ורשום את הסטיות
 - חשב את השגיאה כהפרש של הערך המרבי והמזערי של קריאות החוגן

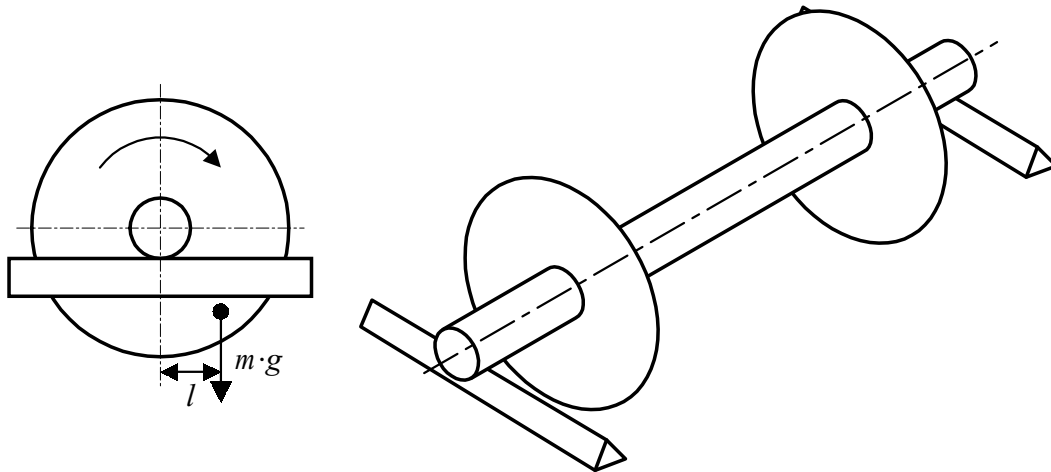
מעבדה 8 איזון דינאמי

מטרה

הכרה וביצוע של תהליך איזון דינאמי דו-מישורי.

רקע

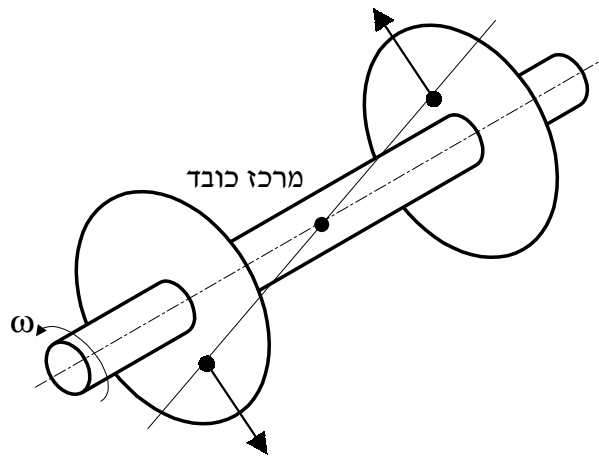
מבדילים בין שני סוגי איזון: איזון סטטי ואיזון דינמי. במצב של איזון סטטי נמצא מרכז המסה של הרוטור (ראה תמונה) על ציר הסיבוב שלו, ולפיכך לא קיים מומנט שיסובב אותו. כאשר נמצא מרכז המסה מחוץ לציר, מצב של **חוסר איזון סטטי**, יגרום המומנט הנוצר לסיבוב הרוטור עד למצב בו תמצא המסה תחת הציר.



חוסר איזון סטטי

האמור לעיל מתרחש במישור הסיבוב של מרכז המסה. במישור ניצב למישור הסיבוב המצב שונה. יתכן מצב בו מרכז המסה נמצא על ציר הסיבוב, אך במישור בו נמצא ציר הסיבוב קיים מומנט הנגרם מצמד כוחות צנטריפוגליים (ראה תמונה). על מנת לתאר את המצב הזה נחצה רוטור על ידי מישור הניצב לציר הסיבוב לשני חלקים. עם כל חלק אינו מאוזן סטטית כפי שמתואר בציור עם רוטור בעל שני דיסקים, מופיע צמד הכוחות הצנטריפוגליים האמור. במקרה זה "מרגיש" הרוטור בחוסר איזון בזמן הסיבוב. זוהי תופעה של **חוסר איזון דינמי**. צמד הכוחות גורם בזמן הסיבוב לתגובות במסבים. מאחר שווקטורי כוחות הצמד מסתובבים עם הרוטור, מסתובבות גם התגובות, ונגרמת תופעה של רעידה בסמכים ובמבנה כולו. כאמור, הרוטור המתואר במצב זה מאוזן סטטית, אך נמצא בחוסר איזון דינמי. כל רוטור המאוזן דינמית, הוא מאוזן גם סטטית, אך לא להפך. לפי האמור לעיל ניתן להסיק שעל מנת שהרוטור יהיה מאוזן דינמית, כל "שכבה" שלו, הניצבת לציר הסיבוב, חייבת להיות מאוזנת סטטית. מתמטית הדבר מנוסח כך: כדי שהגוף יימצא באיזון דינמי סביב ציר מסויים, **מומנטי אינרציה צנטריפוגליים** שלו סביב הציר הזה חייבים להתאפס.

רוטור, אשר אינו מאוזן סטטית ניתן לאיזון **סטטי** על ידי חיבור (או החסרה) של מסה נגדית אחת (קונטרה-מסה). רוטור מאוזן סטטית אך בלתי מאוזן דינמית,



חוסר איזון דינמי

ניתן לאיזון בעזרת שתי מסות נגדיות הנמצאות במישור אחד, בו נמצא גם ציר הסיבוב. רוטור בלתי מאוזן סטטית וגם דינמית ניתן גם הוא לאיזון בעזרת שתי מסות נגדיות שאינן נמצאות באותו מישור. התנאי לאיזון דינמי הוא ששקול המומנטים של הכוחות הצנטריפוגליים יתאפס. דבר זה ניתן להיעשות על ידי יצירה, בעזרת המסות הנגדיות, של מומנט נגדי למומנט הנגרם מצמד הכוחות. לביצוע האיזון הדינמי נדרש חישוב המיקום והגודל של המסות הנגדיות. לצורך כך יש לפתור את מערכת המשוואות הבאה.

$$\mathbf{V}_1 = B_{11}\mathbf{U}_1 + B_{12}\mathbf{U}_2$$

$$\mathbf{V}_2 = B_{21}\mathbf{U}_1 + B_{22}\mathbf{U}_2$$

כאשר:

\mathbf{U} חוסר האיזון הנמדד במישורים 1 ו-2 (גודל וכיוון).

\mathbf{V} התנודה הנמדדת במישורים 1 ו-2 (גודל וכיוון).

B מטריצת מקדמים.

במערכת משוואות זו ישנם שישה נעלמים וקטוריים ארבעת המקדמים B ושני הוקטורים \mathbf{U} . בצורה מטריציאלית:

$$(\mathbf{V}) = [\mathbf{B}](\mathbf{U})$$

כאשר (\mathbf{U}) ו- (\mathbf{V}) הם וקטורי עמודה.

פתרון הבעיה נעשה בצורה הניסויית הבאה:

א. מסובבים במהירות קבועה את הרוטור ומוודדים את התנודות בשני הסמכים $(\mathbf{V}_{10}$ ו- $\mathbf{V}_{20})$.

ב. ממקמים באחד הצדדים מסה ידועה בזווית מסוימת (\mathbf{U}_{T1}) . מסובבים שוב **באותה מהירות** ומוודדים את התנודות בשני הסמכים $(\mathbf{V}_{11}$ ו- $\mathbf{V}_{21})$.

ג. מסירים את המסה, ושמים מסה ידועה כלשהי במישור השני (\mathbf{U}_{T2}) . מסובבים שוב **באותה מהירות**, ומוודדים את התנודות בשני הסמכים $(\mathbf{V}_{12}$ ו- $\mathbf{V}_{22})$.

ששת הערכים שנמדדו, 4 התנודות V ו-2 המסות שהוספו (כולם וקטורים), מאפשרים פתרון המערכת בעזרת הנוסחאות הבאות:

$$B_{11} = \frac{(V_{11} - V_{10})}{U_{T1}} \quad B_{21} = \frac{(V_{21} - V_{20})}{U_{T1}}$$

$$B_{12} = \frac{(V_{21} - V_{10})}{U_{T2}} \quad B_{22} = \frac{(V_{12} - V_{10})}{U_{T2}}$$

ולכן מסות התיקון (U_{C1} ו- U_{C2}) יהיו

$$\begin{Bmatrix} U_{C1} \\ U_{C2} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{Bmatrix}$$

הסימן מינוס, לפני המטריצה בנוסחה האחרונה, מצביע על כך שאת מסות התיקון U_C יש לשים בהפרש פאזה של 180° מול "מסת" אי האיזון.

ניתן לסכם את הפתרון על ידי הנוסחאות הבאות:

$$W_1 = - \frac{(F_{rr} - F_r)F_l - (F_{lr} - F_l)F_r}{(F_{rr} - F_r)(F_{ll} - F_l) - (F_{lr} - F_l)(F_{rl} - F_r)} W_{ll}$$

$$W_r = - \frac{(F_{ll} - F_l)F_r - (F_{rl} - F_r)F_l}{(F_{rr} - F_r)(F_{ll} - F_l) - (F_{lr} - F_l)(F_{rl} - F_r)} W_{tr}$$

כאשר:

(סימון)

| | | |
|----------|--------------------------------------|----------|
| W_1 | מסה מאזנת במישור 1 (צד) | U_{C1} |
| W_r | מסה מאזנת במישור 2 | U_{C2} |
| W_{ll} | מסת בוחן במישור 1 | U_{T1} |
| W_{tr} | מסת בוחן במישור 2 | U_{T2} |
| F_l | תנודה בסמך 1 | V_{10} |
| F_{ll} | תנודה בסמך 1 כאשר מסת בוחן במישור 1 | V_{11} |
| F_{lr} | תנודה בסמך 1 כאשר מסת בוחן במישור 2 | V_{12} |
| F_r | תנודה בסמך 2 | V_{20} |
| F_{rl} | תנודה בסמך 2 כאשר מסת בוחן במישור 1 | V_{21} |
| F_{rr} | תנודה בסמך 2 כאשר מכסה בוחן במישור 2 | V_{22} |

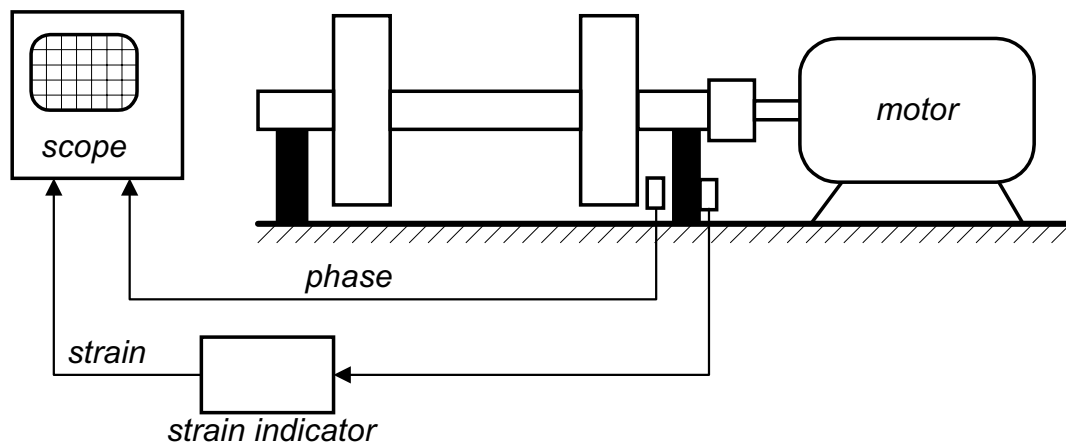
במעבדה יעשה החישוב בעזרת תכנית מחשב מיוחדת.

מכשור

במעבדה נמדוד רוטור בלתי מאוזן דינאמית, תלוי על שתי קורות גמישות, וניתן לסיבוב על ידי מנוע חשמלי. הרוטור כולל שני גלגלים, עליהם סימוני מצב זוויתי ותברייגים המאפשרים חיבור של מסות לבחינה ולאיוון.

שני התקני מדידה מאפשרים מדידה של התנודות V . תא פוטואלקטרי משמש למדידת המצב הזוויתי של הרוטור, וזוג מדידי עיבור המודבקים על הקורות

הגמישות נותנים מידע ביחס ישר לתנודה. מדידי העיבוד מחוברים למכשיר מדידת עיבורים וממנו לאוסצילוסקופ, אליו מחובר גם התא הפוטואלקטרי בערוץ אחר. מערך זה מאפשר מדידה מסונכרנת של עוצמה וזווית התנודה.



מערך הניסוי

מהלך הניסוי

בניסוי יחושב חוסר האיזון הדינמי על ידי הפעלת המערכת בשלושה מצבי חוסר איזון דינמי שונים:

- א. ללא מסות.
 - ב. עם מסות בוחן במישור (גלגל) אחד.
 - ג. עם מסת בוחן במישור שני.
- לאחר חישוב של חוסר האיזון בעזרת המחשב או המשוואות שפורטו, יש להפעיל את המערכת עם מסות מאזנות, ולוודא שאכן הושג איזון.

כללי זהירות:
אין לגעת ברוטור כאשר הוא מסתובב.
יש לוודא הברגה מלאה והדוקה של מסות הבוחן.

שלבי פעולה:

- א. זהה את חלקי המערכת, ובדוק את החיבורים.
- ב. מדוד את התנודה המתקבלת (גודל וכיוון) בצד שמאל, ורשום אותה.
- ג. מדוד את התנועה המתקבלת (גודל וכיוון) בצד ימין, ורשום אותה.
- ד. הפסק את פעולת המנוע, וחכה לעצירת הרוטור.
- ה. הרכב מסת בוחן בצד שמאל. רשום לך את גודלה וזווית התקנתה.
- ו. חזור על סעיפים ב'–ג'.
- ז. הפסק את פעולת המנוע, וחכה לעצירת הרוטור.

- ח. הסר את מסת הבוחן בצד שמאל, והרכב מסת בוחן בצד ימין (רשום אותה).
- ט. חזור על סעיפים ב'–ג'.
- י. הפסק את פעולות המנוע, והמתן לעצירת הרוטור.
- יא. הסר את מסת הבוחן.
- יב. חשב את המסות המאזנות הדרושות (בעזרת תכנית המחשב).
- יג. הרכב מסות מאזנות על פי תוצאות החישוב.
- יד. הפעל את המערכת, וצפה בשיפור האיזון. הראה שלב זה למדריך.
- טו. הפסק את פעולת המנוע ואת מכשור המדידה, ופרק את המסות המאזנות.